

CALCULO AUTOMATICO DE LA CORRECCION DE MAREA EN LA PENINSULA IBERICA OBTENIDO A PARTIR DE LOS RESULTADOS DE LA RED DE MAREAS GRAVIMETRICAS

A.G. Camacho, C. de Toro, R. Vieira
Instituto de Astronomia y Geodesia. CSIC-UCM
Facultad de Ciencias Matematicas
Universidad Complutense de Madrid.

Resumen.

A partir de los resultados de la red Ibérica de estaciones de marea estudiamos las funciones covarianza de los factores de amplitud y desfases. Mediante la aplicación del método de predicción mínimos cuadrados obtenemos las cartas de marea gravimétrica para la Península Ibérica. El método de análisis permite sacar diversas consecuencias sobre calidad relativa de las estaciones, influencia de fenómenos locales, efectos oceánicos, etc. Los resultados de las anteriores cartas se aplican al cálculo automático de la corrección de marea de las observaciones gravimétricas en la Península Ibérica.

1. Potencial de marea.

El potencial de marea para un punto P de coordenadas geograficas (φ, λ, h) viene dado por (Melchior 1983):

$$W(P) = \frac{G M_c}{d} \sum_{n=2} \left(\frac{r}{d} \right)^n P_n(\cos z)$$

donde G es la constante de gravitación, z, M_c , d son respectivamente la distancia cenital local, la masa y la distancia geocéntrica del astro perturbador (Sol, Luna), r la distancia geocéntrica del punto P(φ, λ, h) y P_n los polinomios de Legendre de grado n.

Es suficiente considerar sólo los términos de segundo y tercer grado, $n=2,3$

$$W = G M_c \left[\frac{r^2}{d^3} P_2(\cos z) + \frac{r^3}{d^4} P_3(\cos z) \right]$$

En esta expresión figuran argumentos, z, d, variables con el tiempo dependiendo de la posición del astro y del observador. Es interesante descomponer la anterior expresión en series de funciones del tiempo puramente armónicas separando los factores G (no confundir con la constante de gravitación) que dependen de la posición del observador y los M que dependen de la posición del astro perturbador (en general de la configuración Sol-Luna-Tierra), expresando los primeros en función de las coordenadas φ, λ, h del punto y los segundos en función de los elementos astronómicos habituales (por ejemplo los τ, s, h, p, N', p_1 de Doodson). Tal desarrollo fue establecido por Doodson en serie de términos armónicos de grado n y orden m. En este desarrollo los coeficientes geodésicos G son comunes para los términos correspondientes al mismo grado ($n=2,3$) y para la misma familia de Laplace de marea: largo periodo ($m=0$), diurnas ($m=1$), semidiurnas ($m=2$) y terciodiurnas ($m=3$). De este modo expresamos:

$$W = \sum_{n=2}^3 \sum_{m=0}^3 G_{nm} M_{nm} \quad (1)$$

Para evitar complicar los cálculos con términos reales/complejos trasladaremos la longitud de estación λ de modo que no aparezca en los términos geodésicos sino en los astronómicos.

Los coeficientes geodésicos G_{nm} vienen dados por (Melchior, 1983):

$$\begin{aligned}
 G_{20} &= \frac{1}{2} D(r) (1 - 3 \sin^2 \psi) \\
 G_{21} &= D(r) \sin 2\psi \\
 G_{22} &= D(r) \cos^2 \psi \\
 G_{30} &= 1.11803 D(r) \frac{r}{a} \sin \psi (3 - 5 \sin^2 \psi) \\
 G_{31} &= 0.72618 D(r) \frac{r}{a} \sin \psi (1 - 5 \sin^2 \psi) \\
 G_{32} &= 2.59808 D(r) \frac{r}{a} \sin \psi \cos^2 \psi \\
 G_{33} &= D(r) \frac{r}{a} \cos^3 \psi
 \end{aligned} \tag{2}$$

siendo:

$$D(r) = G M_c \frac{3}{4} \frac{r^2}{c^3} \tag{3}$$

a = semieje ecuatorial del elipsoide terrestre

ψ = latitud geocéntrica, dada por :

$$\operatorname{tg} \psi = (1 - e^2) \operatorname{tg} \varphi$$

e = excentricidad del elipsoide terrestre

$$\frac{r}{a} = 1 - e \sin^2 \varphi + \frac{h}{a}$$

c = distancia media de la Luna

Los factores M_{nm} corresponden a las diversas combinaciones de argumentos astronómicos en que se descompone el efecto perturbador. Habiendo separado la longitud λ para incluirla en estos términos M podemos expresar:

$$\begin{aligned}
 M_{20} &= \sum_j A_{20j} \cos \alpha_j \\
 M_{21} &= \sum_j A_{21j} \sin (\alpha_j + \lambda) = - \sum_j A_{21j} \cos (\alpha_j + \lambda + \frac{\pi}{2}) \\
 M_{22} &= \sum_j A_{22j} \cos (\alpha_j + 2\lambda) \\
 M_{30} &= \sum_j A_{30j} \sin \alpha_j = - \sum_j A_{30j} \cos (\alpha_j + \frac{\pi}{2}) \\
 M_{31} &= \sum_j A_{31j} \cos (\alpha_j + \lambda) \\
 M_{32} &= \sum_j A_{32j} \sin (\alpha_j + 2\lambda) = - \sum_j A_{32j} \cos (\alpha_j + 2\lambda + \frac{\pi}{2})
 \end{aligned} \tag{4}$$

donde:

$$\alpha_j = \text{GMST} + \pi + \Delta \alpha_j$$

con: GMST= tiempo sidereo medio en Greenwich

y $\Delta\alpha_j$ = combinación del tipo $j_1\tau + j_2s + j_3h + j_4p + j_5N' + j_6p_1$

de los argumentos astronómicos correspondientes al instante considerado.

Los valores A_{nmj} no nulos correspondientes a las diversas combinaciones $J: (j_1, j_2, j_3, j_4, j_5, j_6)$ de argumentos astronómicos pueden consultarse (hasta 116 ondas) en el desarrollo de Cartwright (Cartwright and Taylor, 1971 y Cartwright and Edden, 1973). A efectos de cálculo, las ondas componentes de marea se agrupan por su proximidad en frecuencia formando grupos en los que prevalece una componente de más relieve, pudiendo aparecer las otras absorbidas en esta.

2. Correcciones gravimétricas por efecto de marea.

A partir del potencial de marea pueden establecerse las correcciones que por efecto de marea deben aplicarse a las medidas de gravimetría, clinometría, extensometría, nivelación, etc.

Dado el potencial de marea W , la intensidad de la fuerza de marea en la dirección radial es:

$$F_r = - \frac{\partial W}{\partial r} \quad (5)$$

Y en las direcciones perpendiculares a la radial, según el meridiano y el paralelo:

$$F_\varphi = - \frac{\partial W}{r \partial \varphi} \quad F_\lambda = - \frac{\partial W}{r \cos \psi \partial \lambda} \quad (6)$$

Como mejor aproximación a la situación real podemos considerar en vez de la dirección radial y las perpendiculares a esta, la dirección normal al elipsoide y las perpendiculares a esta. Si llamamos ϵ a la diferencia entre la latitud geodésica y la geocéntrica, la componente Z de la intensidad de la fuerza de marea en la dirección normal será:

$$Z = - \frac{\partial W}{\partial n} = F_r \cos \epsilon + (-F_\varphi) \sin \epsilon = - \left(\frac{\partial W}{\partial r} \cos \epsilon + \frac{\partial W}{r \partial \psi} \sin \epsilon \right) \quad (7)$$

Si aquí sustituimos W por (1) resulta:

$$Z = \sum_{n,m} Z_{nm} M_{nm} = \sum_{n,m} Z_{nm} \sum_j A_{nmj} \frac{\cos \alpha_j + m \lambda}{\sin} \quad (8)$$

donde los coeficientes geodésicos para la componente vertical de la intensidad de la fuerza de marea se deducen inmediatamente de los G_{nm} derivando y sumando (Melchior, 1983):

$$\begin{aligned}
Z_{20} &= - C_v(r) \left[(1 - 3 \sin^2 \psi) \cos \epsilon - \frac{3}{2} \sin 2\psi \sin \epsilon \right] \\
Z_{21} &= - 2 C_v(r) (\sin 2\psi \cos \epsilon + \cos 2\psi \sin \epsilon) \\
Z_{22} &= - C_v(r) (2 \cos^2 \psi \cos \epsilon - \sin 2\psi \sin \epsilon) \\
Z_{30} &= - 3.35409 C_v(r) \frac{r}{a} \left[\sin \psi (3 - 5 \sin^2 \psi) \cos \epsilon - \cos \psi (5 \sin^2 \psi - 1) \sin \epsilon \right] \\
Z_{31} &= - 0.72618 C_v(r) \frac{r}{a} \left[3 \cos \psi (1 - 5 \sin^2 \psi) \cos \epsilon - \sin \psi (15 \cos^2 \psi - 4) \sin \epsilon \right] \\
Z_{32} &= - 2.59808 C_v(r) \frac{r}{a} \left[3 \sin \psi \cos^2 \psi \cos \epsilon + (1 - 3 \sin^2 \psi) \cos \psi \sin \epsilon \right] \\
Z_{33} &= - 3 C_v(r) \frac{r}{a} (\cos^3 \psi \cos \epsilon - \cos^2 \psi \sin \psi \sin \epsilon)
\end{aligned} \tag{9}$$

con:
$$C_v(r) = \frac{D(r)}{r} = G M_c \frac{3}{4} \frac{r}{a} \frac{a}{c^3} \tag{10}$$

Los anteriores cálculos y expresiones estan programadas y puede obtenerse de forma automática el valor de la componente vertical de marea en un punto y para un instante dados.

Tal como estamos actuando, esta componente vertical de la intensidad de la fuerza de marea sería debida exclusivamente al gradiente vertical del potencial de marea. Esto reflejaría el efecto que correspondería a una Tierra rígida. Sin embargo en una Tierra deformable el fenómeno de marea produce variaciones de la posición de los puntos y genera potenciales gravitatorios adicionales debidos al desplazamiento de masas y todo ello según la reología propia de la Tierra (elasticidad, nucleo líquido, discontinuidades de la corteza, etc). Por otra parte y especialmente en la Peninsula Iberica, los mares circundantes y sus movimientos de marea producen efectos muy sensibles en los registros de marea gravimétrica a través del potencial gravitatorio adicional de esas masas y los efectos de carga sobre las plataformas litorales.

De todo ello, resulta que los fenómenos observables debidos a las mareas no corresponden exactamente con los que se deducen derivando exclusivamente el potencial de marea. Si consideramos los efectos de marea como superposición de ondas de diversa amplitud y argumento, la perturbación respecto a la rigidez terrestre se traduce en modificaciones de las amplitudes y argumentos teóricos de dicho desarrollo. De este modo, para una Tierra realista podemos expresar:

$$Z = \sum_{n,m} Z_{nm} \sum_j \delta_{nmj} A_{nm} \cos (\alpha_j + m \lambda + \phi_{nm}) \tag{11}$$

δ_{nmj} : factor de modificación de la amplitud para la onda nmj

ϕ_{nmj} : desfase correspondiente a la onda nmj

Abreviadamente escribimos:

$$Z = \sum \delta A \cos (\alpha + m \lambda + \phi)$$

En general se observa que δ oscila en torno a 1.16 y ϕ oscila en torno a cero.

3. Determinación de factores de marea en la Península Iberica.

Se pueden deducir valores de δ , ϕ considerando un modelo de Tierra deformable (por ejemplo el modelo de Molodensky), ó bien comparando registros de marea gravimétrica con las previsiones teóricas y aplicando los parámetros δ , ϕ así determinados al entorno de la estación de registro. Consideraremos aquí la formación de un modelo de respuesta de marea para la Península Ibérica en función de los valores obtenidos en la red de estaciones (Tabla 1)

	Estacion	Latitud	Longitud	Altitud
1	Valle de los Caidos	40.642	4.155	1200
2	San Fernando	36.462	6.205	25
3	Madrid Facultad	40.452	3.724	630
4	La Granja	40.899	4.004	1191
5	Barcelona	41.503	-2.089	200
6	Carbonero	41.122	4.267	920
7	Burgos	42.341	3.705	855
8	Santader	43.466	3.807	25
9	Cubillos	41.574	5.740	667
10	Santiago de Compostela	42.881	8.545	250
11	Arcas	39.988	2.115	1000
12	Ciudad Real	38.986	3.931	635
13	Calatayud	41.350	1.644	531
14	Sepulveda	41.299	3.759	1040
15	Oviedo	43.350	5.850	246
16	Granada	37.187	3.592	630
17	Pamplona	42.806	1.669	450
18	Plasencia	40.029	6.092	657
19	Tunel del Cadi	42.283	-1.850	1170

Tabla 1. Red Iberica. Estaciones de marea.

Ondas		Designac. Grupo	Periodo Horas	Amplitud comparat.	Media observ.	
Reducido	Completo				F.amplit	Desf
01- 11	01- 62	Q1	26.88	7.2	1.161	-0.74
12- 21	63- 88	O1	25.82	37.7	1.150	-0.23
22- 29	89-110	M1	24.84	3.0	1.174	1.37
30- 40	111-143	P1S1K1	23.94	53.0	1.139	0.57
41- 45	144-165	J1	23.11	3.0	1.187	0.76
46- 52	166-197	001	22.32	1.6	1.161	-0.62
53- 58	198-236	2N2	12.88	2.8	1.041	4.42
59- 64	237-260	N2	12.66	17.4	1.110	6.09
65- 69	261-286	M2	12.42	90.8	1.152	5.96
70- 74	287-300	L2	12.20	2.6	1.199	3.14
75- 83	301-347	S2K2	12.00	42.2	1.199	4.08
84- 86	348-363	M3	8.28	1.2	1.056	-2.25
87-116	365-484	MF	330.27	15.6	1.16	0

Tabla 2. Constitución de grupos de ondas separables.

En primer lugar, la observación práctica, limitada en el tiempo, permite deducir valores de δ, ϕ para grupos de ondas de frecuencia próxima a lo largo del espectro de frecuencias. La tabla 2 presenta la distribución adoptada de ondas (según numeración del desarrollo de Cartwright) en grupos, indicándose el periodo en horas y la amplitud en μgal de forma comparativa.

Para la aplicabilidad del modelo a la determinación de factores para el cálculo de la corrección de marea en la Península es claro que dicho modelo habrá de reflejar los fenómenos generalizables observados en cada estación (señal s) desechando los efectos puramente locales (ruido r) no generalizables. (Por otra parte el ruido detectado en cada estación puede utilizarse para investigar la naturaleza de las perturbaciones locales sobre las medidas de marea).

Adoptamos para la formación del modelo de las diversas componentes el método de predicción mínimos cuadrados (Moritz 1981, Mussio 1987, Sevilla 1987) admitiendo previamente la verificación de las condiciones teóricas de aplicabilidad. Dicho método se aplica repetidamente para el factor de amplitud y el desfase de cada componente, obteniendo en primer lugar y de forma empírica la correspondiente función de covarianza, la separación ruido-síñal, el modelo de predicción con sus correspondientes errores y el filtrado de los datos de estación.

Se observa, sin embargo, que para algunas componentes semidiurnas y para casi todas las diurnas el nivel de ruido es excesivamente alto. Por ello aquí nos hemos limitado a considerar los modelos de predicción para factores de amplitud y desfases de cuatro ondas principales: M_2 , S_2K_2 , N_2 , O_1 . Dichos modelos aparecen reflejados mediante mapa de isolineas en las figuras 1,2,3,4. Para las restantes ondas consideramos solo el valor medio (Tabla 2)

4. Conclusiones.

La determinación de las correcciones gravimétricas de marea sobre un desarrollo amplio del potencial y utilizando modelos empíricos de los factores de marea mejora sensiblemente la apreciación del efecto lunisolar, obteniéndose precisiones de $\pm 2 \mu\text{gal}$, pudiendo en algunos casos diferir la corrección calculada de forma empírica y la calculada sobre un modelo general (por ejemplo Molodensky) hasta en $20 \mu\text{gal}$.

El presente trabajo se ha desarrollado en el Instituto de Astronomía y Geodesia dentro del proyecto de investigación "Estudio de largos periodos y de los efectos de presión, estructurales y oceánicos sobre las variaciones de la gravedad" que financia la CAICYT.

5. Referencias.

- Cartwright, D.E., Taylor, R.J. "New Computations of the Tide generating Potential" Royal Astron. Soc. Geophys. Jour. 23 :45-74. 1971.
- Cartwright, D.E., Eddenm, A.C. "Corrected Tables of Tidal Harmonics" Roy. Astr. Soc. Geophys. Jour. 33 :253-264. 1973.
- Melchior, P. "The Tides of the Planet Earth". Pergamon Press. Oxford. 1983.
- Moritz, H. "Advanced Physical Geodesy". Herbert Wichmann Verlag Karlsruhe. 1980.
- Mussio, L. "Estrategias del método de colocación". IV Curso de Geodes. Sup.. Cursos y Semin. Inst. de Astron. y Geod. pp.145-209. Madrid. 1987.
- Sevilla, M.J. "Colocación mínimos cuadrados" IV Curso de Geodesia Superior. Cursos y Semin. Inst. de Astronomía y Geodesia. pp.99-141. Madrid 1987.

Figura 1. Componente S2k2

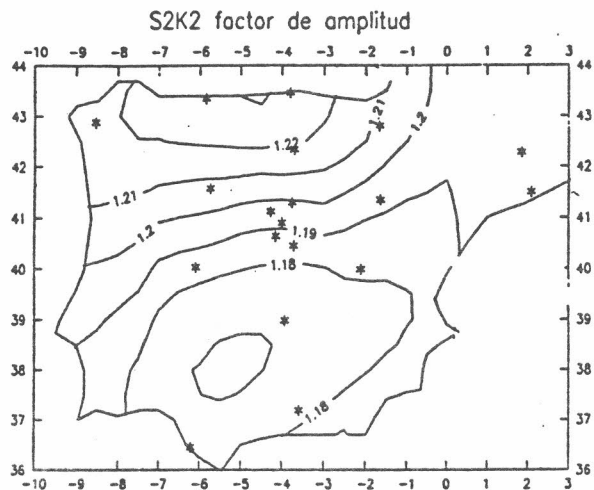


Figura 2. Componente M2

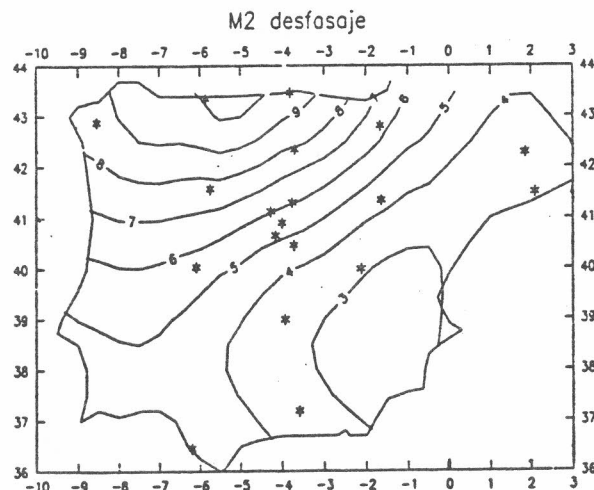
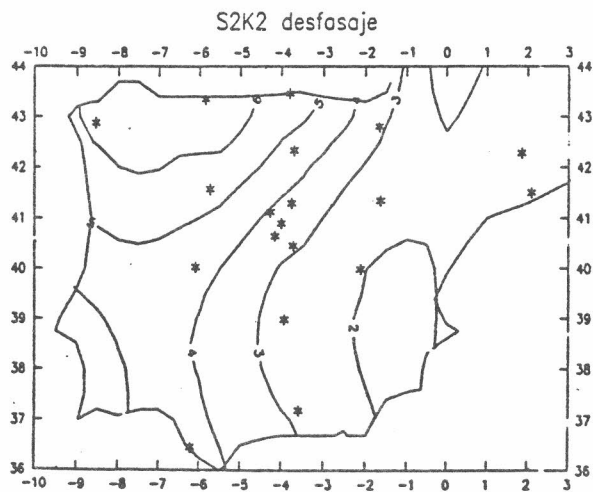
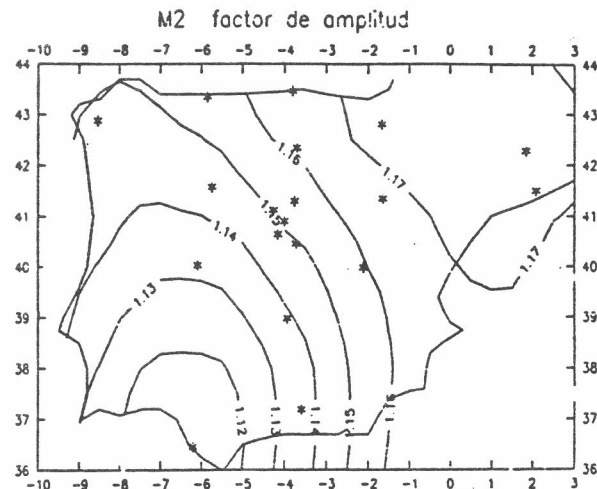


Figura 3. Componente N2

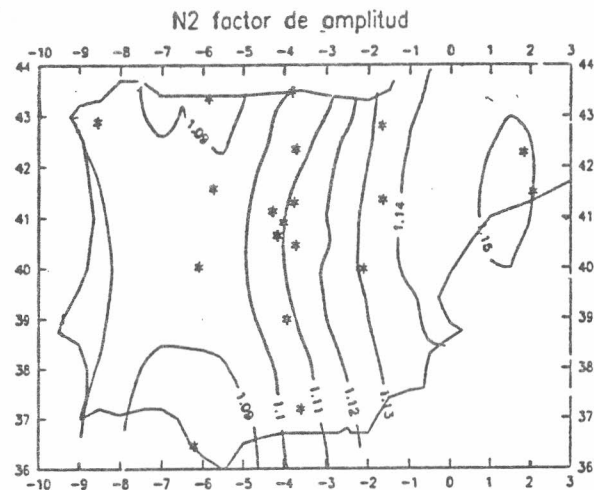


Figura 4. Componente O1

